valori i quali mostrano che

i P u^ U G ' M i_ ff u ff'
cos h -~ = cos h -5- cos h -^--- sen h -5- sen h -75- .
X X J\ tnm K J\

Siccome in questa forinola non resta più traccia del punto a_i preso sull'asse x_{l9} così si vede che da qualunque punto di questo asse si conducano nelle due superficie le geodetiche di lunghezza cr, <r', la distanza geodetica dei loro estremi è sempre costante. E poiché questa proprietà sussiste per lunghezze e, *a'* qualunque, necessariamente sussiste per lunghezze infinitesime, donde scaturisce il teorema annunciato.

Ricordando che in virtù di ciò che fu dimostrato precedentemente i triangoli infinitesimi sono soggetti alle relazioni della ordinaria trigonometria piana, si riconosce immediatamente, rendendo infinitesime le lunghezze P, a, a[1]', che *M.* : è il coseno del- c *m in*
l'angolo fatto dai primi elementi delle due geodetiche e-, <r', cioè delle due superficie. D'altra parte è facile vedere che il triangolo ora considerato può essere un triangolo geodetico interamente arbitrario ; dunque fra i lati a_y *b, e* e gli angoli opposti *A,* B_y *C* di un triangolo geodetico esistente nello spazio considerato, sussiste la relazione

f \ i a u ^ i ^ i b i
c A
(22) cos h-^- = cos h-75- cos h-^ sen h-=- seri h-=- cos^t,
J\ A A K K

insieme colle sue analoghe, la quale non differisce dalla forinola fondamentale della trigonometria sferica che per il cambiamento di *R* in *R]/—* i *(R* raggio della sfera), rimanendo invariati i lati e gli angoli. Ciò concorda pienamente con un fatto già avvertito dal MINDING *) e dimostrato dal CODAZZI **), se si rammenta che il triangolo geodetico qui considerato giace intieramente sopra una superficie di prim'ordine, cioè di curvatura costante negativa, rispetto alla quale esso è pure geodetico nel senso ordinario. Se si suppone rotto l'angolo C, le due forinole che si deducono dalla (22) colla permutazione degli elementi danno, opportunamente combinate,

(23) tgh-|- = tgh-|-cos5.

Se ora si imagina che il vertice dell'angolo *A* vada indefinitamente allontanandosi sul cateto *b,* mentre il lato *a* rimane invariato di posizione e di grandezza, l'ipotenusa *e* crescerà fino all'infinito, ed a questo limite le equazioni (22), (23) daranno

$$\cos A = i, \qquad \frac{\operatorname{tg} h \cdot 5 \cdot}{J\overline{\,}} = \cos B.$$

*) Journal fùr die reine und angewandte Mathematik, Bd. XX (1840), pag. 323.

**) Annali di scienze matematiche e fisiche (del TORTOLINI), t. Vili (1857), pag. 346.